

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Усынин Максим Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 28.04.2025 16:44:48
Уникальный программный ключ:
f498e59e83f65dd7c3ce7bb8a25cbbabb33ebc58

**Частное образовательное учреждение высшего образования
«Международный Институт Дизайна и Сервиса»
(ЧОУВО МИДиС)**

Кафедра математики и информатики

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

Специальность: 09.02.07 Информационные системы и программирование
Направленность (профиль): Разработка веб и мультимедийных приложений
Квалификация выпускника: Разработчик веб и мультимедийных приложений
Уровень базового образования обучающегося: Основное общее образование
Год набора: 2024

Автор – составитель: Писаренко И.В.

Челябинск 2025

СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт фонда оценочных средств	3
1.1. Область применения.....	3
1.2. Планируемые результаты освоения компетенций	3
1.3. Показатели оценки результатов обучения	4
2. Задания для контроля и оценки результатов	5
3. Критерии оценивания.....	18

1. Паспорт фонда оценочных средств

1.1. Область применения

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся (далее – Фонд оценочных средств) предназначен для проверки результатов освоения дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики основной профессиональной образовательной программы среднего профессионального образования (далее – образовательной программы) по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование, направленность Разработка веб и мультимедийных приложений.

Форма промежуточной аттестации по семестрам.

Семестр	Форма аттестации
третий	экзамен

Фонд оценочных средств позволяет оценить достижение обучающимися **общих компетенций**:

Общие компетенции (ОК):

ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам.

ОК 05. Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста.

Освоение содержания дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики обеспечивает достижение обучающимися следующих результатов:

уметь:

- выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений
- решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления
- решать дифференциальные уравнения
- пользоваться понятиями теории комплексных чисел;

знать:

- основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии
- основы дифференциального и интегрального исчисления
- основы теории комплексных чисел.

Личностные результаты реализации программы воспитания

Личностные результаты реализации программы воспитания (дескрипторы)	Код личностных результатов реализации программы воспитания
Проявляющий активную гражданскую позицию, демонстрирующий приверженность принципам честности, порядочности, открытости, экономически активный и участвующий в студенческом и территориальном самоуправлении, в том числе на условиях добровольчества, продуктивно взаимодействующий и участвующий в деятельности общественных организаций	ЛР 2
Проявляющий и демонстрирующий уважение к людям труда,	ЛР 4

осознающий ценность собственного труда. Стремящийся к формированию в сетевой среде личностно и профессионального конструктивного «цифрового следа»;	
Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках. (в ред. Приказа Минпросвещения России от 17.12.2020 N 747)	ЛР 16
Проявлять гражданско-патриотическую позицию, демонстрировать осознанное поведение на основе традиционных общечеловеческих ценностей, применять стандарты антикоррупционного поведения (в ред. Приказа Минпросвещения России от 17.12.2020 N 747)	ЛР 17
Использовать знания по финансовой грамотности, планировать предпринимательскую деятельность в профессиональной сфере. (в ред. Приказа Минпросвещения России от 17.12.2020 N 747)	ЛР 18
Активно применять полученные знания на практике.	ЛР 22
Проявлять доброжелательность к окружающим, деликатность, чувство такта и готовность оказать услугу каждому кто в ней нуждается.	ЛР 25

1.2. Планируемые результаты освоения компетенций

В результате освоения программы дисциплины ЕН.01 Элементы высшей математики учитываются планируемые результаты освоения общих компетенций (ОК).

Код компетенций	Содержание компетенции	Планируемые результаты освоения компетенций
ОК 01.	Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности, применительно к различным контекстам	Умения: распознавать задачу и/или проблему в профессиональном и/или социальном контексте; анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; определять этапы решения задачи; выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; составить план действия; определить необходимые ресурсы; владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; реализовать составленный план; оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника)
		Знания: актуальный профессиональный и социальный контекст, в котором приходится работать и жить; основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте; алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; методы работы в профессиональной и смежных сферах; структуру плана для решения задач; порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности
ОК 05.	Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном	Умения: грамотно излагать свои мысли и оформлять документы по профессиональной тематике на государственном языке, проявлять толерантность в рабочем коллективе

	государственном языке с учетом особенностей социального и культурного контекста.	Знания: особенности социального и культурного контекста; правила оформления документов и построения устных сообщений.
--	--	--

1.3. Показатели оценки результатов обучения

Содержание дисциплины	Результаты обучения (освоенные умения, усвоенные знания, ОК)	Вид контроля	Наименование оценочного средства/форма контроля
3 семестр			
Тема 2. Теория пределов	ОК 01,05 ЛР 1, 4, 5	Текущий	Решение задач
Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной	ОК 01,05 ЛР 22	Текущий	Решение задач
Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной	ОК 01,05 ЛР 22, 25	Текущий	Решение задач
Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных	ОК 01,05 ЛР 2, 4, 25	Текущий	Решение задач
Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных	ОК 01,05 ЛР 17, 22, 25	Текущий	Решение задач
Тема 7. Теория рядов	ОК 01,05 ЛР 17	Текущий	Решение задач
Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения	ОК 01,05 ЛР 18	Текущий	Решение задач
Тема 9. Матрицы и определители	ОК 01,05 ЛР 16, 25	Текущий	Решение задач
Тема 10. Системы линейных уравнений	ОК 01,05 ЛР 16, 22	Текущий	Решение задач
Тема 11. Векторы и действия с ними	ОК 01,05 ЛР 16, 22	Текущий	Решение задач
Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости	ОК 01,05 ЛР 16, 22	Текущий	Решение задач
Тема 1 – 12	ОК 01, ОК 5, ЛР 2, 4, 5, 16-18, 22, 25	Промежуточный	Экзамен

2. Задания для контроля и оценки результатов

2.1. Задания для текущего контроля успеваемости

Тема 2. Теория пределов

Практическая работа № 1. Решение задач на тему: Функция. Предел функции

Цель: Научиться применять теоретические знания для решения практических задач, связанных с нахождением пределов функций, а также анализом их поведения при стремлении аргумента к определённым значениям.

ХОД ЗАНЯТИЯ:

- Вычислить предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-1}{5n+1}$

$\therefore 0$	$\therefore +\infty$	$\frac{+\infty}{+\infty}$	$\therefore 1$
		$\therefore +\infty$	
$\therefore -1$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$
	$\therefore \frac{1}{3}$	$\therefore \frac{3}{5}$	$\therefore \frac{1}{5}$
- Вычислить предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+15}{6-n}$

$\therefore 4$	$\therefore 15$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$
		$\therefore \frac{5}{6}$	$\therefore \frac{1}{6}$
$\therefore -5$	$\therefore 1$	$\therefore -1$	$\frac{5}{6}$
			$\therefore \frac{5}{6}$
- Вычислить предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, $a_n = \frac{7n+4}{2n+1}$, $a = \frac{7}{2}$

$\frac{4}{1}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{+\infty}{+\infty}$
$\therefore \frac{4}{1}$	$\therefore \frac{11}{3}$	$\therefore \frac{7}{2}$	$\therefore \frac{+\infty}{+\infty}$
$\frac{11}{2}$	$\frac{7}{3}$		
$\therefore \frac{11}{2}$	$\therefore \frac{7}{3}$		
- Вычислить предел числовой последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{9-n^3}{1+2n^3}$

$\frac{9}{2}$	$\frac{-1}{3}$	$\frac{-1}{2}$	$\frac{+\infty}{+\infty}$
$\therefore \frac{9}{2}$	$\therefore \frac{-1}{3}$	$\therefore \frac{-1}{2}$	$\therefore \frac{+\infty}{+\infty}$
$\frac{8}{3}$	$\frac{-\infty}{+\infty}$		
$\therefore \frac{8}{3}$	$\therefore \frac{-\infty}{+\infty}$		
- Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2+5x-2}{x+2} = -7$

$\therefore 3$	$\frac{7}{3}$	$\frac{-7}{3}$	$\therefore 81$
	$\therefore \frac{7}{3}$	$\therefore \frac{-7}{3}$	
$\therefore -7$	$2\frac{1}{3}$		
	$\therefore 2\frac{1}{3}$		
- Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2-14x+6}{x-3} = 10$

$\therefore 4$	$\frac{5}{2}$	$\frac{-5}{2}$	$\frac{-5}{3}$
	$\therefore \frac{5}{2}$	$\therefore \frac{-5}{2}$	$\therefore \frac{-5}{3}$
$\therefore 10$	$2\frac{1}{2}$		
	$\therefore 2\frac{1}{2}$		
- Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin 2x}$

$$\begin{array}{llll}
 -: 4 & \frac{0}{0} & -: -\frac{3}{2} & -: -\frac{2}{3} \\
 +: \frac{3}{2} & -: \frac{2}{3} & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 8. \text{ Вычислить предел} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{8x} & & \\
 -: 0 & \frac{0}{0} & -: -\frac{8}{5} & -: \frac{8}{5} \\
 +: \frac{5}{8} & -: e & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 9. \text{ Вычислить предел} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{7x} & & \\
 -: 0 & \frac{0}{0} & -: -\frac{8}{5} & -: \frac{8}{5} \\
 +: \frac{9}{7} & -: e & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 10. \text{ Вычислить предел} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 24x}{\sin 2x} & & \\
 -: 14 & \frac{0}{0} & -: -\frac{24}{2} & -: \frac{1}{12} \\
 +: 12 & -: e^{\frac{1}{12}} & &
 \end{array}$$

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной

Практическая работа № 2. Применение дифференциала к приближенным вычислениям

Цель: Научиться применять дифференциал для нахождения приближенных значений функций

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Найти производную функции .

$$\begin{array}{llll}
 1. \text{ Производная сложной функции } (\sin 5x)' = & & & \\
 -: 5 \cdot \cos x & -: 5 \cdot \cos 5x \cdot \sin 5x & -: -5 \cdot \cos x & -: -5 \cdot \cos 5x \\
 +: 5 \cdot \cos 5x & -: -\cos 5x & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 2. \text{ Производная сложной функции } (\sin 7x)' = & & & \\
 -: 7 \cdot \cos x & -: 7 \cdot \cos 7x \cdot \sin 7x & -: -7 \cdot \cos x & -: -7 \cdot \cos 7x \\
 +: 7 \cdot \cos 7x & -: -\cos 7x & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 3. \text{ Производная функции } y = \sin(x^2 + 1) \text{ имеет вид...} & & & \\
 -: x \cdot \cos(x^2 + 1) & +: 2x \cdot \cos(x^2 + 1) & -: \cos(x^2 + 1) & -: -2x \cdot \cos(x^2 + 1)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 4. \text{ Производная функции } y = \sqrt[5]{\sin x} \text{ имеет вид...} & & & \\
 -: \sqrt[5]{\cos x} & \frac{5 \cdot \sin^{\frac{6}{5}} x \cdot \cos x}{6} & +: \frac{1}{5} \cdot \frac{\cos x}{\sqrt[5]{\sin^4 x}} & -: \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{\sqrt[5]{\sin^4 x}}
 \end{array}$$

5. Производная функции $y = \sqrt[7]{\operatorname{tg}^3 x}$ имеет вид...

-: $\sqrt[7]{-\operatorname{ctg}^3 x}$ -: $\sqrt[7]{\left(\frac{1}{\cos^2 x}\right)^3}$ +: $\frac{3}{7} \cdot \frac{1}{\sqrt[7]{\operatorname{tg}^4 x \cdot \cos^2 x}}$ -: $\frac{7}{10} \cdot \frac{\operatorname{tg}^{\frac{10}{7}} x}{\cos^2 x}$

6. Производная функции $(\cos 7x)' =$ имеет вид...

-: $7 \cdot \sin x$ -: $7 \cdot \cos 7x \cdot \sin 7x$ -: $-7 \cdot \sin x$ -: $7 \cdot \sin 7x$

+ : $-7 \cdot \sin 7x$ -: $-\sin 7x$

7. Производная функции $(\cos 9x)' =$ имеет вид...

-: $9 \cdot \sin x$ -: $9 \cdot \cos 9x \cdot \sin 9x$ -: $-9 \cdot \sin x$ -: $9 \cdot \sin 9x$

+ : $-9 \cdot \sin 9x$ -: $-\sin 9x$

8. Вычислить $(\operatorname{ctgx})' =$...

-: $\frac{1}{\sin^2 x}$ -: $\frac{1}{\cos^2 x}$ -: $-\frac{1}{\cos^2 x}$ +: $-\frac{1}{\sin^2 x}$

-: $\frac{1}{\sin x}$ -: $\frac{1}{\sin 2x}$

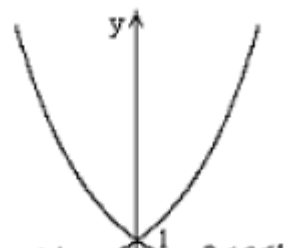
9. Вычислить $(\operatorname{tgx})' =$...

-: $\frac{1}{\sin^2 x}$ +: $\frac{1}{\cos^2 x}$ -: $-\frac{1}{\cos^2 x}$ -: $-\frac{1}{\sin^2 x}$

-: $\frac{1}{\sin x}$ -: $\frac{1}{\cos 2x}$

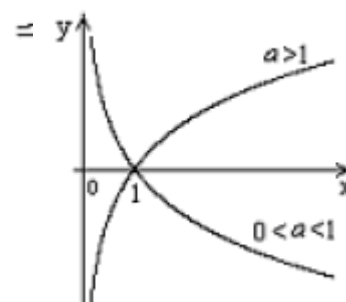
10. Графики каких функций изображены на рисунке?

- : Степенных
- + : Показательных
- : Логарифмических
- : Тригонометрических
- : Гиперболических



11. Графики каких функций изображены на рисунке?

- : Степенных
- : Показательных
- + : Логарифмических
- : Тригонометрических
- : Гиперболических



Тема 4. Интегральное исчисление функции одной действительной переменной

Практическая работа № 3. Неопределенный интеграл

Цель: Научиться применять различные методы интегрирования для нахождения неопределенных интегралов.

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Найти неопределенные интегралы, используя метод разложения

1. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int ((1-z)/z)^2 dz$	2. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int \cos(2x)$ $\cdot dx/(\sin^2x \cdot \cos^2x)$	3. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int dx/(\sin^2x \cdot \cos^2x)$
4. $\int dx/(\sin^2x \cdot \cos^2x)$ $\int ((\sqrt{a}-\sqrt{x})^2/\sqrt{ax})dx$	5. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int dx/(x^2+3)$	6. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int dx/\sqrt{8-x^2}$
7. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int dx/(x^2-6)$	8. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int dx/\sqrt{8-x^2}$	9. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int dx/(\sin^2x \cdot \cos^2x)$
10. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int x(x+a)(x+b)dx$	11. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int ((1-z)/z)^2 dz$	12. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int dx/(x^2+3)$
13. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int \lg^2 x dx$	14. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int ((\sqrt{a}-\sqrt{x})^2/\sqrt{ax})dx$	15. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int 2^x e^x dx$
16. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int 2^x e^x dx$	17. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int dx/(x^2-6)$	18. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int dx/\sqrt{4+x^2}$
19. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int dx/\sqrt{4+x^2}$	20. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int x(x+a)(x+b)dx$	21. $\int ((\sqrt{a}-\sqrt{x})^2/\sqrt{ax})dx$ $\int ((1-z)/z)^2 dz$
22. $\int (a_0x^2+a_1x+a_2)dx$ $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)dx$	23. $\int ((1-z)/z)^2 dz$ $\int \lg^2 x dx$	24. $\int dx/\sqrt{4+x^2}$ $\int (\sqrt{x}+1)(x-\sqrt{x}+1)dx$

2. Найти неопределенные интегралы, используя метод замены переменной (в скобках указана рекомендуемая подстановка)

1 $\int x \sqrt{x-1} dx$; $[t=\sqrt{x-1}]$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4\sqrt{x}}}$; $[t=\sqrt[4]{x}]$	2 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$; $[x=1/t]$ $\int x(\sqrt{x-5})dx$; $[t=\sqrt{x-5}]$	3 $\int x \sqrt{x-7} dx$; $[t=\sqrt{x-7}]$ $\int x \sqrt[3]{x+1} dx$ $t=\sqrt[3]{x+1}$
4 $\int \frac{dx}{\sqrt{x-4\sqrt{x}}}$; $[t=\sqrt[4]{x}]$ $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$ $[t=\sqrt{x+1}]$	5 $\int \frac{dx}{\sqrt{x+9\sqrt{x}}}$; $[t=\sqrt[4]{x}]$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$; $[x=1/t]$	6 $\int x \sqrt[3]{x+1} dx$ $t=\sqrt[3]{x+1}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x+3\sqrt{x}}}$; $[t=\sqrt[6]{x}]$
7 $\int x \sqrt{x-1} dx$; $[t=\sqrt{x-1}]$ $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$ $[t=\sqrt{x+1}]$	8 $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4\sqrt{x}}}$; $[t=\sqrt[4]{x}]$ $\int \frac{dx}{e^x+1}$; $[x=-\ln t]$	9 $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$; $[t=\sin x]$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4\sqrt{x}}}$; $[t=\sqrt[4]{x}]$
10 $\int \frac{dx}{e^x+1}$; $[x=-\ln t]$ $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$; $[t=\sqrt{x+1}]$	11 $\int x \sqrt[3]{x+1} dx$ $t=\sqrt[3]{x+1}$ $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$ $[t=\sqrt{x+1}]$	12 $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}}$; $[t=\sin x]$ $\int x \sqrt[3]{x+1} dx$ $t=\sqrt[3]{x+1}$

13 $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}} ; [t=\sin x]$ $\int \frac{dx}{e^x+1} ; [x=-\ln t]$	14 $\int \sqrt{4-x^2} dx ; [x=2\sin t]$ $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}} ; [t=\sin x]$	15 $\int x^2(3x^2-5)^6 dx ; [t=3x^2-5]$ $\int x \sqrt[3]{x+1} dx \quad t=\sqrt[3]{x+1}$
16 $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}} ; [t=\sin x]$ $\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}} ; [t=\sqrt{x+1}]$	17 $\int \sqrt{4-x^2} dx ; [x=2\sin t]$ $\int x \sqrt[3]{x+1} dx \quad t=\sqrt[3]{x+1}$	18 $\int x \sqrt[3]{x+1} dx \quad t=\sqrt[3]{x+1}$ $\int x \sqrt[3]{x+1} dx \quad t=\sqrt[3]{x+1}$
19 $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} ; [x=1/t]$ $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin^2 x}} ; [t=\sin x]$	20 $\int x \sqrt[3]{x+1} dx \quad t=\sqrt[3]{x+1}$ $\int \frac{dx}{e^x+1} ; [x=-\ln t]$	21 $\int x \sqrt[3]{x+1} dx \quad t=\sqrt[3]{x+1}$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} ; [x=1/t]$
22 $\int \sqrt{4-x^2} dx ; [x=2\sin t]$ $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} ; [x=1/t]$	23 $\int \frac{dx}{e^x+1} ; [x=-\ln t]$ $\int x \sqrt{x-1} dx ; [t=\sqrt{x-1}]$	24 $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-a^2}} [x=1/t]$ $\int \frac{dx}{e^x+1} ; [x=-\ln t]$

3. Найти неопределенные интегралы, используя метод интегрирования по частям.

1 $\int \ln x dx$ $\int x \sin x dx$	2 $\int x^2 e^x dx$ $\int \arctg x dx$	3 $\int x^2 e^x dx$ $\int x \sin x dx$
4 $\int x \sin x dx$ $\int x^2 \ln x dx$	5 $\int \arctg x dx$ $\int x \sin x \cos x dx$	6 $\int x^2 \ln x dx$ $\int x^2 e^x dx$
7 $\int x^2 \ln x dx$ $\int \ln x dx$	8 $\int x \sin x \cos x dx$ $\int x \arctg x dx$	9 $\int x \sin x \cos x dx$ $\int x \sin x dx$
10 $\int x^2 \ln x dx$ $\int e^x \sin x dx$	11 $\int x \arctg x dx$ $\int \sin(\ln x) dx$	12 $\int x \arctg x dx$ $\int x^2 \ln x dx$
13 $\int x^2 \ln x dx$ $\int \arcsin x dx$	14 $\int x \sin x dx$ $\int \sin(\ln x) dx$	15 $\int e^x \sin x dx$ $\int x \arctg x dx$
16 $\int \arcsin x dx$ $\int (x/e^x) dx$	17 $\int \arcsin x dx$ $\int e^x \sin x dx$	18 $\int (x/e^x) dx$ $\int \arctg x dx$
19 $\int (x/e^x) dx$ $\int x^2 \ln x dx$	20 $\int e^x \sin x dx$ $\int (x/e^x) dx$	21 $\int (x/e^x) dx$ $\int x \arctg x dx$

22 $\int (x dx / \sin^2 x)$ $\int x^2 e^x dx$	23 $\int (x / e^x) dx$ $\int (x dx / \sin^2 x)$	24 $\int x \arctg x dx$ $\int \arcsin x dx$
--	--	--

Практическая работа № 4. Определенный интеграл

Цель: Научиться использовать определенные интегралы для решения прикладных задач в различных областях, где интегрирование используется для нахождения площадей, объемов и других количественных характеристик.

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Нарисуйте прямоугольный треугольник с вершинами в точках О (0;0), А (а;0), В (0, в). Используя определенный интеграл, выведите формулу площади прямоугольного треугольника.
2. Нарисуйте треугольник произвольной формы, расположив его вершины в точках А₁(а₁;0); А₂(а₂; 0); В(0; в). Используя определенный интеграл, выведите формулу площади треугольника произвольной формы.
3. Нарисуйте четверть круга радиуса R с центром в точке О(0;0). Используя определенный интеграл, выведите формулу площади круга (Уравнение окружности $x^2 + y^2 = R^2$).

Практическая работа № 5. Примеры применения интеграла в физике и геометрии

Цель: Научиться использовать определенные интегралы для решения прикладных задач в различных областях, где интегрирование используется для нахождения площадей, объемов и других количественных характеристик

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Используя определенный интеграл, вычислите площадь, ограниченную кривой $y = \ln x$, осью ОХ и прямой $x = e$. Нарисуйте чертеж.
2. Вычислить площадь сегмента, отсекаемого прямой $y = 3 - 2x$ от параболы $y = x^2$. Нарисуйте чертеж.
3. Вычислить площадь между кривой $y = 1/x^2$ и осью ОХ, располагающуюся вправо от линии $x = 1$. Нарисуйте чертеж.

Тема 5. Дифференциальное исчисление функции нескольких действительных переменных

Практическая работа № 6. Производные основных элементарных функций.

Производные высших порядков

Цель: Научиться применять правила дифференцирования (правила суммы, произведения, частного и цепного правила) для нахождения производных элементарных функций. Научиться использовать производные для решения прикладных задач, таких как нахождение экстремумов функций, исследование их монотонности и выпуклости

ХОД ЗАНЯТИЯ:

Задание 1. Найдите производные пяти функций.

Вариант	Номер задачи				
	1	2	3	4	5
1,9,17	$5x \sqrt[3]{x^2}$	$\frac{5}{\sqrt[6]{x^3}}$	$\arcsin(\ln x)$	$e^x \sin x$	$\operatorname{tg}^2 x^2$
2,10,18	$7x^2 \sqrt[3]{x}$	$\frac{4}{\sqrt[3]{x^5}}$	$\cos^2 x + \ln \operatorname{tg}(x/2)$	$e^x \arcsin x$	$x \operatorname{ctg}(e^x)$
3,11,19	$9x^4 \sqrt[4]{x^3}$		$\frac{\ln(\cos x)}{\cos x}$	$e^x \arccos x$	$\sin^2 x^2$

		$\frac{7}{\sqrt[7]{x^5}}$			
4,12,20	$5x^2 \sqrt[7]{x^6}$	$\frac{1}{5 \cdot \sqrt[9]{x^5}}$	$\lg(\arcsin 2x)$	$e^x \cos x$	$\operatorname{tg}^3(\operatorname{ctgx}-2)$
5,13,21	$x^2 \sqrt[4]{x^3}$	$\frac{3}{\sqrt[4]{x^3}}$	$\arctg(\ln x) + \ln(\arctg x)$	$e^x \cos x$	$e^{\sin 2x}$
6,14,22	$3x^2 \sqrt{x}$	$\frac{2}{\sqrt[5]{x}}$	$\ln(\operatorname{tg}(x/2))$ —	$e^x \arctg x$	$x \arcsin^5 x$
7,15,23	$6x \sqrt[5]{x^3}$	$\frac{4}{\sqrt[5]{x^2}}$	$\arctg(x) + \ln(x^2+5)$	$\lg(x) \cdot \arccos x$	$\cos^7 2x$
8,16,24	$2x^2 \sqrt[5]{x^2}$	$\frac{5}{\sqrt[5]{x^3}}$	$\ln^2 x - \ln(\ln x)$	$\arccos(x) \cdot e^x$	$\arctg^6(x^5-3)$

Задание 2. Проведите полное исследование функции и постройте ее график.

1	2	3	4	5	6	7	8
$\frac{x}{(x+2)(x-3)}$	$\frac{2x}{(x+3)(x-2)}$	$\frac{x}{2(x+1)(x-5)}$	$\frac{2x}{(x-3)(x+4)}$	$\frac{x}{(x-2)(x+3)}$	$\frac{x}{(x-2)(x-5)}$	$\frac{2x}{(x+1)(x+4)}$	$\frac{3x}{(x+2)(x+1)}$
9	10	11	12	13	14	15	16
$\frac{2x}{(x-5)(x+1)}$	$\frac{3x}{(x-1)(x+4)}$	$\frac{4x}{(x+2)(x+5)}$	$\frac{x}{(x+4)(x+1)}$	$\frac{x}{2(x-6)(x+1)}$	$\frac{x}{5(x+1)(x+3)}$	$\frac{x}{(x-1)(x+1)}$	$\frac{x}{3(x-4)(x+1)}$
17	18	19	20	21	22	23	24
$\frac{3x}{(x-2)(x+3)}$	$\frac{x}{(x-2)(x+3)}$	$\frac{2x}{(x+4)(x-5)}$	$\frac{3x}{(x-5)(x+3)}$	$\frac{2x}{(x+2)(x-6)}$	$\frac{2x}{(x+5)(x+1)}$	$\frac{x}{(x-7)(x+1)}$	$\frac{3x}{(x-3)(x+4)}$

Задание 3. Решить дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.

1 $x(y^2 - 4)dx + ydy = 0$ $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx = \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy$	2 $x(y^2 - 4)dx + ydy = 0$ $y' = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$	3 $x(y^2 - 4)dx + ydy = 0$ $xy' - y = y^2$
4 $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx = \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy$ $xy' - y = y^2$	5 $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx = \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy$ $y - xy' = a(1 + x^2 y')$	6 $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx = \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy$ $y' \operatorname{tg} x = y$
7 $x(y^2 - 4)dx + ydy = 0$ $xy' - y = y^2$	8 $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx = \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy$ $y' = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$	9 $y - xy' = a(1 + x^2 y')$ $y' = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$
10 $y - xy' = a(1 + x^2 y')$ $y' = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$	11 $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx = \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy$ $y' \operatorname{tg} x = y$	12 $y' = \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y$ $\operatorname{tg} x \sin^2 y dx = \cos^2 x \operatorname{ctg} y dy$

13 $y'=\operatorname{tg}x \operatorname{tg}y$ $y'\operatorname{tg}x=y$	14 $xy'-y=y^2$ $y'=\operatorname{tg}x \operatorname{tg}y$	15 $xy'-y=y^2$ $y'=\operatorname{tg}x \operatorname{tg}y$
16 $x(y^2-4)dx+ydy=0$ $xy'-y=y^2$	17 $xy'-y=y^2$ $y'\operatorname{tg}x=y$	18 $x(y^2-4)dx+ydy=0$ $y'\operatorname{tg}x=y$
19 $x(y^2-4)dx+ydy=0$ $y-xy'=a(1+x^2y')$	20 $xy'-y=y^2$ $y-xy'=a(1+x^2y')$	21 $x(y^2-4)dx+ydy=0$ $y-xy'=a(1+x^2y')$
22 $x(y^2-4)dx+ydy=0$ $y'\operatorname{tg}x=y$	23 $x(y^2-4)dx+ydy=0$ $xy'-y=y^2$	24 $xy'-y=y^2$ $y'\operatorname{tg}x=y$

Тема 6. Интегральное исчисление функции нескольких действительных переменных

Практическая работа № 7. Интегральное исчисление

Цель: Научиться применять различные методы интегрирования, такие как метод подстановки, метод интегрирования по частям

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Вычислить двойные интегралы, считая, что область D ограничена указанными линиями:

а) $\iint_D x dx dy$; $y = \frac{x+1}{3}$, $y = \frac{17-x}{3}$, $x=1$, $x=3$;

б) $\iint_D x^3 dx dy$; $y = x+2$, $y = x^2$;

в) $\iint_D (xy^2+1) dx dy$; $2y^2 = x$, $y = \frac{x}{2}$;

г) $\iint_D e^{x+y} dx dy$; $x+y=6$, $x=2$, $y=1$.

Тема 7. Теория рядов

Практическая работа № 8. Последовательности и ряды

Цель: Научиться определять пределы последовательностей, исследовать их поведение и применять критерии сходимости для различных типов последовательностей (например, монотонные, ограниченные).

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды

$$\text{а) } 1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots;$$

$$\text{б) } 3 - \frac{5}{1 \cdot 2} + \frac{7}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots.$$

2. Вычислить сумму ряда

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots.$$

3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-7)^n}{4^n}.$$

4. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x :

$$f(x) = \frac{\arcsin x}{x} - 1.$$

5. Используя соответствующий ряд, вычислить $\sin 20^\circ$ с точностью до 0,001.

Тема 8. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Практическая работа № 9. Дифференциальные уравнения первого и высшего порядка

Цель: Научиться применять различные методы решения дифференциальных уравнений первого порядка, такие как метод разделения переменных, метод интегрирующего множителя, метод замены переменных и другие.

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

$$xy' - y = 0$$

2. Найти частное решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.

$$\operatorname{tg} x * y' = 1 + y, \text{ если}$$

$$x = \frac{\pi}{6}; y = -\frac{1}{2}$$

3. Найти решение однородного дифференциального уравнения первого порядка.

$$yy' = 2y - x$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения 2-го порядка.

$$y'' - 4y' + 13y = 0$$

5. Найти частное решение дифференциального уравнения 2-го порядка.

$$y'' + y' - 2y = 0$$

$$\text{если } x = 0; y = 1; y' = 3$$

Тема 9. «Матрицы и определители»

Практическая работа № 10. Матрицы и определители

Цель: Научиться использовать матрицы и определители для решения систем линейных уравнений

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Устный фронтальный опрос

Пользуясь конспектом лекции и рекомендуемой литературой ответить на вопросы:

- Что называют матрицей?
- Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
- Какие матрицы называются равными?
- Что называют главной диагональю матрицы?
- Какая квадратная матрица называется диагональной? нулевой? единичной? транспонированной? треугольной? ступенчатой?
- Какие преобразования матрицы называются элементарными? Как привести матрицу к ступенчатому виду? (пример)
- Что называют суммой матриц? В чем состоит обязательное условие существования суммы матриц?
- Какими свойствами обладает сумма матриц? (пример) • Что называют произведением матрицы на число? (пример)
- Что называют произведением двух матриц? Как найти произведение двух матриц?
- В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц? Какими свойствами обладает произведение матриц? (пример)
- Что называют определителем квадратной матрицы? определителем второго порядка? определителем третьего порядка?
- Какими свойствами обладает определитель?
- В чем состоит метод треугольников для вычисления определителя третьего порядка? (пример)

2. Практические задания:

1. Найти линейные комбинации матриц: а) $A - C + B$; б) $5A + 3B - 7C$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 6 & 4 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 7 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Найти $A \cdot B$, если:

$$\text{а) } A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$\text{б) } A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 9 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

3. Выполните действия над матрицами:

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \\ 6 & 4 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 0 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Тема 10. Системы линейных уравнений

Практическая работа № 10. Системы линейных уравнений

Цель: Научиться применять различные методы решения систем линейных уравнений, включая метод подстановки, метод исключения, метод Гаусса и метод матриц.

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. Дана система линейных уравнений. Решите ее 1) методом Крамера; 2) методом Гаусса.

1.1 $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$	1.2 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3; \end{cases}$
1.3 $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \end{cases}$	1.4 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7; \end{cases}$
1.5 $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9; \end{cases}$	1.6 $\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5; \end{cases}$
1.7 $\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12; \end{cases}$	1.8 $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39; \end{cases}$
1.9 $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7; \end{cases}$	1.10 $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22; \end{cases}$
1.11 $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10; \end{cases}$	1.12 $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1; \end{cases}$
1.13 $\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8; \end{cases}$	1.14 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4; \end{cases}$
1.15 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22; \end{cases}$	1.16 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15; \end{cases}$
1.17 $\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3; \end{cases}$	1.18 $\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9; \end{cases}$
1.19 $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19; \end{cases}$	1.20 $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16; \end{cases}$
1.21	1.22 $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$

1.1	$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6; \end{cases}$	1.2	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3; \end{cases}$
1.3	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 12, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 6, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 3; \end{cases}$	1.4	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4, \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -7; \end{cases}$
1.5	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9; \end{cases}$	1.6	$\begin{cases} 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = -4, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = -5; \end{cases}$
1.7	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 12; \end{cases}$	1.8	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 33, \\ 7x_1 - 5x_2 = 24, \\ 4x_1 + 11x_3 = 39; \end{cases}$
1.9	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 12, \\ 7x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -33, \\ 4x_1 + x_3 = -7; \end{cases}$	1.10	$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ 5x_2 + 4x_3 = -20, \\ 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -22; \end{cases}$
1.11	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 21, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 9, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 10; \end{cases}$	1.12	$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 12, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1; \end{cases}$
1.13	$\begin{cases} 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 19, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8; \end{cases}$	1.14	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 4; \end{cases}$
1.15	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 11, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = 22; \end{cases}$	1.16	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -9, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 20, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 15; \end{cases}$
1.17	$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = -3; \end{cases}$	1.18	$\begin{cases} -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = -8, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -9; \end{cases}$
1.19	$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = -4, \\ -3x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 36, \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = -19; \end{cases}$	1.20	$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = -11, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 8, \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 16; \end{cases}$
1.21		1.22	$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$

Тема 11. Векторы и действия с ними

Практическая работа № 12. Векторы и действия с ними

Цель: Понять, что такое скалярное произведение и векторное произведение векторов, их свойства и геометрический смысл, а также научиться применять их для решения задач.

ХОД ЗАНЯТИЯ:

1. По координатам точек $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$ для указанных векторов, найдите:
- координаты векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$
 - модуль вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$
 - скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$
 - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$
 - векторное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$
 - площадь параллелограмма, построенного на этих векторах
 - смешанное произведение векторов $[\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}$, где $\vec{b} = \vec{c}$
 - объем параллелепипеда, построенного на этих векторах.

№ варианта	A	B	C	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1	(4; 6; 3)	(-5; 2; 6)	(4; -4; -3)	$4\vec{CB} - \vec{AC}$	$\vec{AB}$
2	(4; 3; -2)	(-3; -1; 4)	(2; 2; 1)	$-\vec{SAC} + \vec{CB}$	$\vec{AB}$
3	(-2; -2; 4)	(1; 3; -2)	(1; 4; 2)	$2\vec{AC} - 3\vec{BA}$	$\vec{BC}$
4	(2; 4; 3)	(3; 1; -4)	(-1; 2; 2)	$2\vec{BA} - 7\vec{AC}$	$\vec{CB}$
5	(2; 4; 5)	(1; -2; 3)	(-1; -2; 4)	$4\vec{AB} + 4\vec{AC}$	$\vec{BC}$
6	(-1; -2; 4)	(-1; 3; 5)	(1; 4; 2)	$3\vec{AC} - 4\vec{BC}$	$\vec{AB}$

1. По координатам точек $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ для указанных векторов, найдите:
- координаты векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$
 - модуль вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$
 - скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$
 - угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$
 - векторное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$
 - площадь параллелограмма, построенного на этих векторах
 - смешанное произведение векторов $[\vec{a} \times \vec{b}] \cdot \vec{c}$, где $\vec{b} = \vec{c}$
 - объем параллелепипеда, построенного на этих векторах.

№ варианта	A	B	C	$\vec{a}$	$\vec{b}$
1	(4; 6; 3)	(-5; 2; 6)	(4; -4; -3)	$4\vec{CB} - \vec{AC}$	$\vec{AB}$
2	(4; 3; -2)	(-3; -1; 4)	(2; 2; 1)	$-5\vec{AC} + \vec{CB}$	$\vec{AB}$
3	(-2; -2; 4)	(1; 3; -2)	(1; 4; 2)	$2\vec{AC} - 3\vec{BA}$	$\vec{BC}$
4	(2; 4; 3)	(3; 1; -4)	(-1; 2; 2)	$2\vec{BA} - 7\vec{AC}$	$\vec{CB}$
5	(2; 4; 5)	(1; -2; 3)	(-1; -2; 4)	$4\vec{AB} + 4\vec{AC}$	$\vec{BC}$
6	(-1; -2; 4)	(-1; 3; 5)	(1; 4; 2)	$3\vec{AC} - 4\vec{BC}$	$\vec{AB}$

Тема 12. Аналитическая геометрия на плоскости

Практическая работа № 13. Система координат на плоскости

Цель: Научиться использовать систему координат для решения прикладных задач в геометрии, физике, инженерии и других областях, где необходимо моделировать и анализировать пространственные отношения.

ХОД ЗАНЯТИЯ:

Задание 1.

Дана прямая $Ax + By + C = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через заданную точку M_0 1) параллельно данной прямой; 2) перпендикулярно данной прямой.

Задание 2.

Для прямых $Ax + By + C = 0$ и $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ найти их взаимное расположение. В случае их пересечения найти угол между ними, в случае их параллельности - расстояние.

Задание 3.

Даны вершины треугольника с координатами (A, A_1) , (B, B_1) и (C, C_1) . Найти уравнения высоты и медианы этого треугольника.

Исходные данные для решения заданий 1, 2, и 3 взять из таблицы.

№ варианта	A	B	C	M_0	A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	M_1
1	1	2	5	3;-1	5	-3	1	2	-1	-1	1;1
2	2	3	3	-2;3	-2	-1	0	0	6	2	1;2

Задание 4. Исследовать и построить кривую второго порядка.

$$-5x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$$

Задание 1.

Дана прямая $Ax + By + C = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через заданную точку M_0 1) параллельно данной прямой; 2) перпендикулярно данной прямой.

Задание 2.

Для прямых $Ax + By + C = 0$ и $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ найти их взаимное расположение. В случае их пересечения найти угол между ними, в случае их параллельности - расстояние.

Задание 3.

Даны вершины треугольника с координатами (A, A_1) , (B, B_1) и (C, C_1) . Найти уравнения высоты и медианы этого треугольника.

Исходные данные для решения заданий 1, 2, и 3 взять из таблицы.

№ варианта	A	B	C	M_0	A_1	B_1	C_1	A_2	B_2	C_2	M_1
1	1	2	5	3;-1	5	-3	1	2	-1	-1	1;1
2	2	3	3	-2;3	-2	-1	0	0	6	2	1;2

Задание 4. Исследовать и построить кривую второго порядка.

$$-5x^2 - y^2 + 4xy + 2x - 4y + 1 = 0$$

$$2x^2 + 2y^2 - 2xy - 2x - 2y + 1 = 0$$

2.2. Задания для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену:

1. Матрицы. Виды матриц. Действия над матрицами, свойства действий.
2. Определители, миноры и алгебраические дополнения.
3. Свойства определителей. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Теорема о существовании и единственности обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матрицы.
6. Системы m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными. Теорема Кронекера – Капелли. Матричная форма записи системы линейных уравнений.
7. Решение систем линейных уравнений: метод обратной матрицы, метод Крамера, метод Гаусса.
8. Вектор. Линейные операции с векторами, свойства векторных операций.
9. Координаты вектора. Действия над векторами, заданными в координатной форме. Длина вектора.
10. Скалярное произведение векторов и его свойства.
11. Общее уравнение прямой линии на плоскости.
12. Параметрические и канонические уравнения прямой на плоскости.
13. Уравнение прямой, проходящей через две заданные точки.
14. Уравнение прямой линии в отрезках.
15. Уравнение прямой линии с угловым коэффициентом.
16. Угол между двумя прямыми. Критерии параллельности и перпендикулярности двух прямых.
17. Кривые второго порядка. Канонические уравнения окружности, эллипса.
18. Кривые второго порядка. Каноническое уравнение гиперболы.
19. Кривые второго порядка. Каноническое уравнение параболы.
20. Алгебраическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
21. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.
22. Числовые последовательности, способы задания. Предел последовательности, единственности предела, ограниченность сходящейся последовательности.
23. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Свойства сходящихся последовательностей.
24. Монотонные последовательности. Предел монотонной последовательности.
25. Действительная функция действительной переменной, способы задания. Предел функции. Теорема о единственности предела функции. Свойства пределов функции.
26. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
27. Односторонние пределы.
28. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции.
29. Замечательные пределы.
30. Непрерывные функции. Критерий непрерывности функции в точке. Теорема о непрерывности суммы, произведения, частного непрерывных функций. Теорема о сохранении знака непрерывной функции.
31. Свойства непрерывной функции на отрезке (Теоремы Больцано - Коши. Теоремы Вейерштрасса).
32. Разрывы непрерывности функции. Классификация разрывов непрерывности функции.
33. Понятие производной. Геометрический и механический смысл производной.
34. Вычисление производной (основные правила, таблица производных, производная сложной и обратной функции, логарифмическое дифференцирование).
35. Производные высших порядков.
36. Дифференциал функции. Геометрический и механический смысл дифференциала. Вычисление дифференциала.

- 37 Основные теоремы дифференциального исчисления.
- 38 Правило Лопиталя.
- 39 Признаки постоянства и монотонности функции на промежутке.
- 40 Экстремумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Выпуклость функции. Точки перегиба. Асимптоты.
- 41 Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.
- 42 Метод подстановки и метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
- 43 Задача о площади криволинейной трапеции. Понятие определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
- 44 Формула Ньютона – Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле и интегрирование по частям в определенном интеграле.
- 45 Геометрические и физические приложения определенных интегралов.
- 46 Несобственный интеграл по бесконечному промежутку.
- 47 Несобственный интеграл от неограниченной функции.
- 48 Функции многих переменных. Предел функции. Непрерывность функции.
- 49 Частные производные функции многих переменных.
- 50 Дифференциал функции. Свойства дифференциала.
- 51 Частные производные и дифференциалы высших порядков.
- 52 Двойной интеграл и его свойства. Вычисление интеграла.
- 53 Замена переменной в двойном интеграле.
- 54 Геометрические и физические приложения двойных интегралов.
- 55 Дифференциальные уравнения первого порядка. Виды и методы решений.
- 56 Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
- 57 Интегрируемые типы дифференциальных уравнений второго порядка.
- 58 Уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
- 59 Числовые ряды и их свойства. Признаки сходимости рядов..

3. Критерии оценивания

3.1. Критерии оценивания выполнения заданий текущего контроля

Критерии оценивания контрольной работы

Оценка "*отлично*" – задание выполнено в полном объеме правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.

Оценка "*хорошо*" – задание выполнено в полном объеме, но встречается нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.

Оценка "*удовлетворительно*" – задание выполнено в полном объеме, но встречаются негрубые ошибки, такие как потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им;

Оценка "*неудовлетворительно*" – задание не выполнено или имеются грубые ошибки, которые обнаруживают незнание обучающимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской

1. Опрос

Оценка "*отлично*", если обучающийся:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником,

- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые обучающийся легко исправил по замечанию преподавателя.

Оценка *"хорошо"*, если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

Оценка *"удовлетворительно"* ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала;
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;
- обучающийся не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;

Оценка *"неудовлетворительно"* ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание обучающимся большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

3. Решение задач

- Оценка *"отлично"* – задание выполнено в полном объеме правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.
- Оценка *"хорошо"* – задание выполнено в полном объеме, но встречается нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях.
- Оценка *"удовлетворительно"* – задание выполнено в полном объеме, но встречаются негрубые ошибки, такие как потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им;
- Оценка *"неудовлетворительно"* – задание не выполнено или имеются грубые ошибки, которые обнаруживают незнание обучающимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской

3.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации

Критерии оценивания экзамена

Оценка	Критерии
«отлично»	1. Глубокое и прочное усвоение программного материала. 2. Точность и обоснованность выводов. 3. Безошибочное выполнение практического задания. 4. Точные, полные и логичные ответы на дополнительные вопросы.
«хорошо»	1. Хорошее знание программного материала. 2. Недостаточно полное изложение теоретического вопроса экзаменационного билета. 3. Наличие незначительных неточностей в употреблении терминов, классификаций. 4. Точность и обоснованность выводов. 5. Логичное изложение вопроса, соответствие изложения научному стилю. 6. Негрубая ошибка при выполнении практического задания. 7. Правильные ответы на дополнительные вопросы.
«удовлетворительно»	1. Поверхностное усвоение программного материала. 2. Недостаточно полное изложение теоретического вопроса экзаменационного билета. 3. Затруднение в приведении примеров, подтверждающих теоретические положения. 4. Наличие неточностей в употреблении терминов, классификаций. 5. Неумение четко сформулировать выводы. 6. Отсутствие навыков научного стиля изложения. 7. Грубая ошибка в практическом задании. 8. Неточные ответы на дополнительные вопросы.
«неудовлетворительно»	1. Незнание значительной части программного материала. 2. Неумение выделить главное, сделать выводы и обобщения. 3. Грубые ошибки при выполнении практического задания. 4. Неправильные ответы на дополнительные вопросы.